Table des matières par question

Introduction

Il nous a semblé évident qu'un enseignant, dans la complexité de son métier et avec la quantité d'interventions qu'il vit en permanence, ne peut pas s'appuyer sur des théories trop lourdes.

Il a deux besoins complémentaires :
- des conseils « efficaces, judicieux et immédiats », des moyens simples construits sur des théories pointues ;
- du matériel efficace à proposer aux enfants.

Les clés proposées dans cette logique sont issues de l'observation des difficultés du terrain exprimées par les enseignants en formation. Ce livre peut donc être considéré comme un ouvrage de remédiation pour l'enseignant et de différenciation pour les élèves.

Chaque clé proposée permet
- d'ouvrir les « portes fermées » dans le cerveau des apprenants,
- de bien ancrer des boulons ou d'autres pièces,
- de stocker des informations pour les communiquer et les utiliser,
- de compléter ou réorganiser le trousseau d'outils didactiques de l'enseignant.

Il y a 3 tables de matières car, comme chaque lecteur est différent, il peut choisir de partir soit des titres généraux, soit des questions, soit des affirmations.

Nous avons aussi intégré des extraits de 2 enseignants qui ont participé à des formations continues : le travail de Marie VION qui a expérimenté des clés et celui de Mickaël GOSSET pour la dyscalculie. MERCI à tous les deux pour leur enthousiasme et leur capacité d'analyse.

Si vous intégrez ces clés tout au long de vos activités de mathématiques,

Si vous modifiez vos manuels en les adaptant avec ces clés,

alors vos élèves (même les dyscalculiques) auront beaucoup moins de difficultés avec les nombres et les opérations.

Bon voyage en Calculie !

Marie-Pierre & Stéphane

Toujours avec mon dénominateur.

Question(s) :

- Pourquoi ont-ils tant de difficulés avec les nombres ?
- Comment les aider à passer du concret à l’abstrait ?

Affirmation :

Un nombre n’existe pas, il existe des « nombres de… » (Stella Baruk)

Constat /Observation :

L’approche des nombres se fait **ORALEMENT** avec des mots joints lors des exemples que l’on donne aux enfants.

Par exemple, on dit : trois autos et encore deux autos, en tout on a cinq autos…

Par contre, lorsqu’on écrit des calculs ou des nombres, très vite, on ne pose pas les mots (les dénominations… qu’on peut appeler aussi dénominateurs ou unités)

Conséquence pour nos pratiques de classe :

Si vous souhaitez augmenter votre efficacité, il serait normal de ne pas faire d’exercices écrits sans mettre des mots à côté. Nous pensons que la plupart des calculs devraient se présenter ainsi au moins jusqu’en fin de 2e primaire (CE1 ou 4H).

Les calculs 3 + 5 = 8 ou 6 - 2 = 4   ou 4 x 5 = 20 devraient être bannis de tous les manuels et être remplacés par :

3 roses + 5 tulipes = 8 fleurs
ou 6 billes – 2 billes = 4 billes
ou 4 piles de 5 blocs = 20 blocs

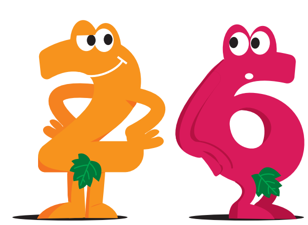
Comme vous le constatez, cela permet également

- de donner du sens aux nombres ;
- de ne plus hésiter dans les multiplications : Dans 4 x 5 = 20, est-ce que c’est « 4 fois le 5 » ou est-ce « le 4 multiplié par 5 ». L’absence de mots crée le problème. C’est tellement plus compréhensible de rencontrer « 4 rangées de 5 cubes = 20 cubes » ;
- d’apprendre intuitivement la notion de terme spécifique et terme générique. C’est un préalable à la notion de dénominateur commun (que S. Baruk appelle « terme transitif »). « 3 roses + 5 tulipes = 8 fleurs » ;
- de développer de façon intégrative du vocabulaire ;

Suggestion concrète :

Je transforme tous les exercices de mes feuilles pour qu’apparaissent des mots. Au début de l’apprentissage de la lecture, chaque semaine, je vais choisir des mots qui apparaitront dans mes activités sur les nombres.

Si je travaille avec des points, avec des cases, des jetons,… j’offre aussi ces mots à l’apprentissage des élèves.



Le contexte de mesure : le plus fréquent dans la vie.

Question(s) :

Pourquoi les élèves donnent-ils si peu de sens aux nombres ?

Affirmation :

Les exercices de calcul mental doivent être souvent proposés avec des unités de grandeurs dès qu'on les découvre en classe.

Constat /Observation :

Les mathématiques sont approchées en classe comme si c'était différents tiroirs : nombres et opérations, grandeurs, problèmes, géométrie… Les élèves ne font donc pas les liens et les enseignants constatent un manque de transfert.

Conséquence pour nos pratiques de classe :

Si vous souhaitez augmenter votre efficacité, c'est-à-dire créer de manière explicite un lien entre les différents domaines en math (nombres et opérations, grandeurs), vous modifiez toutes vos séries d'exercices d'entrainement en ajoutant par exemple une unité de grandeur (litre, centilitre, mètre, décimètre, centimètre, heure, minute, gramme, kilogramme, …).

Comme vous le constatez, cela permet également :

- d'augmenter les images mentales des enfants lorsqu'ils apprennent les nombres entiers et non entiers ;
- de proposer des situations de ce type :
  3 litres + 4 centilitres = …
  L'enfant se trouve dans la situation de chercher un dénominateur commun. Dans ce cas, soit le litre, soit le décilitre, soit le centilitre… ;
- de proposer des situations du type :
  4 mètres + 3 litres = …
  L'enfant constate alors que la situation est farfelue et réagit, avec bon sens, en refusant de répondre. Cela favorise la construction d'enfants « intelligents et critiques » ;
- en général, d'habituer l'enfant à écrire et regarder derrière les nombres.

Bien entendu, ce ne sera efficace que si les mesures sont visibles en classe et si elles sont régulièrement manipulées. Nous suggérons aussi de vivre les activités du livre « Je mesure dès la maternelle et après » de Marylène Bolle et Joseph Stordeur.

Suggestion concrète :

Par exemple,

- En 1ère année, on découpe des morceaux de 1 cm, 2 cm, 3 cm… jusque 5 cm. On peut alors faire plein de calculs du type 3 cm + 2 cm = 5 cm.
- Dès qu'on a découvert la notion de litre, les feuilles de calculs contiennent chaque fois l'unité (le dénominateur « litre – l » derrière les nombres.
- On peut utiliser les publicités (avec diverses grandeurs : euros, grammes, kilo, centilitre…) pour construire des séries de calculs.

L'ordinalité, c'est plus que la litanie.

Question(s) :

- Pourquoi des enfants se trompent-ils dans l'ordinalité, dans la litanie ?
- Pourquoi disent-ils parfois 5 avant 3 ?

Affirmation :

Un nombre n'existe que par comparaison avec un autre.
Tout nombre est inférieur et/ou supérieur à un autre.

Constat /Observation :

L'approche de l'ordinalité se fait souvent sur base de la litanie des nombres. La litanie, c'est la suite des nombres qu'un enfant apprend souvent par cœur. Elle est aussi apprise dans une logique de numérotation d'objets par correspondance terme à terme simple ou encore en s'appuyant sur une bande numérique.

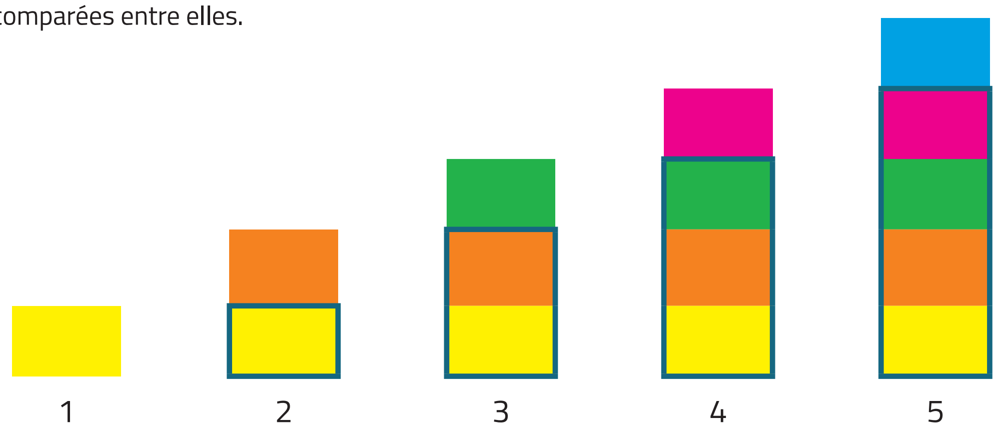
Ce n'est pas suffisant car certains enfants ne retiennent pas par cœur et ont besoin de s'appuyer sur autre chose.

Nous constatons que : on se compte le matin, on dit la litanie, on apprend des comptines…
Trop souvent, en classe, on sépare les activités en logique d'ordre (écriture et ordinalité) et en logique de grandeurs. Les enfants considèrent alors les nombres comme des numéros… sans représentation spatiale.

Conséquence pour nos pratiques de classe :

Si vous souhaitez augmenter votre efficacité, il serait normal de s'appuyer sur la cardinalité pour comprendre la logique de l'ordinalité : séquence basée sur la logique + 1 et -1 pour les nombres entiers. Il vaudrait sans doute mieux construire l'ordinalité sur base du « rangement » ou de la «mise en ordre croissant ou décroissant » de quantités comparées entre elles.

Au départ, c'est utile de maintenir les couleurs de la quantité précédente pour voir que chaque nombre est inclu dans le suivant qui se compose d'une unité supplémentaire : l'ordinalité repose donc sur n, $n + 1$, $(n + 1) + 1$ et ainsi de suite.



Des représentations avec + ou - d'objets que le nombre énoncé.

Question(s) :

Est-ce que pour faire un 4, j'ai besoin de 4 objets ? de 4 unités ?

Affirmation :

Le nombre ne dépend pas d'une quantité absolue mais d'une convention autour d'une unité.

Constat /Observation :

L'approche des enfants se fait naturellement avec une correspondance terme à terme simple et donc ils ont tendance à mettre chaque fois 4 objets pour faire un 4. De plus, traditionnellement, nous avons été formés à cette pratique qui lie un objet à une unité. C'est normal puisqu'au niveau maternel et en première primaire l'enfant doit comprendre pourquoi un nombre est différent d'un autre. (Clé n° 5)

Conséquence pour nos pratiques de classe :

Si vous souhaitez augmenter votre efficacité, apprenez très vite aux enfants qu'une quantité 4 peut être représentée :

- Soit avec 1 objet, qui vaut alors 4 unités ;
- Soit avec 2 objets, qui valent alors chacun 2 unités ;
- Soit avec 4 objets, qui valent alors chacun 1 unité ;
- Soit avec 8 objets, qui valent alors chacun 0,5 unités ;
- Soit avec 16 objets, qui valent alors chacun 0,25 unités.

Comme chez les petits qui, pour nombrer 50 graines, forment 5 paquets équivalents et disent : « J'ai 5 paquets. »

Comme vous le constatez, cela permet de préparer au principe d'échanges (système de numération de position décimale - voir clés n° 10 et 11), à la proportionnalité, à la division ou aux fractions, aux multiples décompositions des nombres.

Suggestion concrète :

- Faites souvent représenter des nombres AVEC + ou – d'unités afin d'éviter le « réflexe » de la correspondance terme à terme simple et d'aider ainsi les élèves au passage à l'abstraction… Quand un élève entendra 4 000 000 (quatre millions), il sera en mesure de le visualiser par 4 objets qui valent chacun 1 million.
- Proposer l'activité "expo de nombres" (voir clé n°6).

Dans notre système de numération, c'est la POSITION du chiffre qui donne sa valeur !

(Pas une couleur, une forme ou l'abaque)

? Question(s) :

Pourquoi les élèves ont-ils autant de difficultés à lire, dire, écrire les grands nombres ?

! Affirmation :

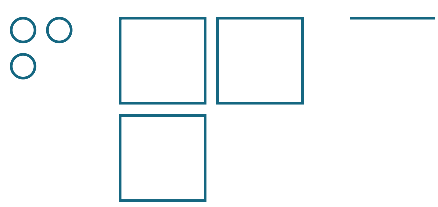
Attribuer une couleur ou une forme pour chaque chiffre d'un nombre ou placer les nombres dans un abaque sont des freins à la compréhension de notre système décimal de POSITION. Il est donc important de rendre « visible » l'aspect position qui traduit de façon implicite une « grandeur » ou une « représentation » différente.

Constat /Observation :

Le matériel utilisé ou les habitudes de classe amènent parfois les élèves à construire de fausses stratégies pour lire, dire, écrire les nombres. Ainsi, on focalise leur attention sur des aspects perceptifs tels que :

- **les couleurs** : Du matériel où on utilise une couleur pour chaque chiffre (Par exemple : bleu pour les centaines, rouge pour les dizaines et vert pour les unités) focalise l'attention de l'élève sur la couleur et non sur la position du chiffre. Avec un tel code, la place n'a donc finalement plus d'importance : si nous devons écrire 135 avec les couleurs, nous pourrions l'écrire **513**. Aussi, nous aurions besoin d'énormément de couleurs pour écrire des nombres comme **1 248 358,47**.

- **les formes** : Du matériel où on utilise une forme pour chaque chiffre (Par exemple : un jeton pour les unités, une ligne pour les dizaines, un grand carré pour les centaines) est intéressant pour construire des nombres afin de s'en créer une image mentale. Mais, dans ce cas, la position n'a, à nouveau, aucune importance. Ainsi, pour le nombre 313, on pourrait avoir :



  De plus, les deux chiffres « 3 » pour écrire 313 sont les mêmes. Il n'y en a pas un plus grand pour dire « centaines » et un plus petit pour dire « unité ».

  Nous n'avons d'ailleurs pas besoin d'écrire **135** de cette manière...pour comprendre qu'il y a bien 100, 30 et 5.

- **les colonnes d'un abaque** : Puisque chacune des colonnes de l'abaque porte un nom, pourquoi devoir alors les placer dans un certain ordre ? Ainsi, on pourrait tout à fait se comprendre avec un tel abaque :

unités	centaines	dizaines
3	**1**	**3**

  Tout le monde comprend qu'il s'agit du nombre **133**.

Une disposition verticale pour résoudre du calcul mental.

A partir de la 5e primaire (ou plus tôt)

? Question(s) :

Pourquoi font-ils tant de fausses égalités quand ils résolvent des calculs avec plusieurs étapes ?

! Affirmation :

Les élèves n'ont pas construit le sens de l'égalité. Le signe « = » est utilisé dans le sens : « Et après je fais… Et puis je fais… »

Constat /Observation :

Dans les classes, comme le but des calculs est trop souvent de trouver la réponse, les enfants résolvent en disant : « Et puis…. » , « Et puis… » ou encore « Ca fait… » puis « Ca fait… » (Lien avec la clé n° 12)

Par exemple,
46 + 35 = 46 + 30 = 76 + 5 = 81 -> Ce qui constitue une série de fausses égalités.

Conséquence pour nos pratiques de classe :

Si vous souhaitez augmenter votre efficacité, utilisez deux clés :

- Donnez la réponse (Voir clé n° 13) ;
- Préférez la résolution verticale (comme pour les équations en secondaire).

46 + 35 = 81 (46 + 30) + 5 = 81 ➟ dans ce cas-ci les parenthèses ne sont pas nécessaires 76 + 5 = 81 (76 + 4) + 1 = 81 ➟ dans ce cas-ci les parenthèses ne sont pas nécessaires 80 + 1 = 81 81 = 81	84 – 17 = 67 (84 – 14) – (17 – 14) = 67 70 – 3 = 67 67 = 67

La juxtaposition du calcul écrit et du calcul mental.

? Question(s) :

Quel lien y a-t-il entre le calcul mental et le calcul écrit ?

! Affirmation :

Tout calcul écrit doit être vécu en calcul mental et en mots.

Constat /Observation :

Dans les classes, le calcul écrit et le calcul mental sont enseignés de façon distincte. En calcul écrit, les élèves appliquent souvent une technique sans aucune compréhension mathématique et sans lien avec le système de numération de position. Les notions de report, d'emprunt, de compensation sont appliquées mécaniquement sans compréhension.

Par exemple :

<table>
<tr><th>Addition A</th><th>Addition B</th><th>Soustraction A</th><th>Soustraction B</th></tr>
<tr><td>1 1
3 6 5
+ 7 8
———
4 4 3</td><td>3 6 5
+ 7 8
1 1
———
4 4 3</td><td>310
4 8 6
- 2 9 2
———
1 9 4</td><td>10
4 8 6
1
- 2 9 2
———
1 9 4</td></tr>
<tr><td colspan="2">5 + 8 = 13 ➟ j'écris 3 à la réponse et je mets 1 au-dessus de 6.

6 + 7 + 1 = 14 ➟ j'écris 4 à la réponse et je mets 1 au-dessus du 3.

Je fais 3 + 1 = 4 en dessous.

La version B respecte les enfants dyslexiques et/ou dyspraxiques avec un trouble visuo-spatial. Comme ils écrivent le « report » plus près, ils ont un moins long trajet d'écriture et de lecture !</td><td>6 – 2 = 4 ➟ j'écris 4 à la réponse.

8 – 9 je ne sais pas faire donc je prends 1 dans les centaines et j'écris 10 au-dessus du 8. Il reste donc 4 – 1 = 3. J'écris le 3 au-dessus du 4 que je barre.

Je fais alors 18 – 9 = 9 et j'écris 9 à la réponse.

Je fais 3 - 2 = 1</td><td>6 – 2 = 4 ➟ j'écris 4 à la réponse.

8 – 9 je ne sais pas faire donc j'écris 10 au-dessus du 8 et je mets 1 au-dessus du 2

Je fais alors 18 – 9 = 9 et j'écris 9 à la réponse.

Je fais (4 - 1) - 2 = 1</td></tr>
</table>

Le texte que vous lisez montre combien les élèves peuvent travailler mécaniquement. Ils appliquent un savoir procédural sans compréhension des fondements mathématiques impliqués.

Remarque :

- La multiplication et la division sont développées dans la clé n° 25.